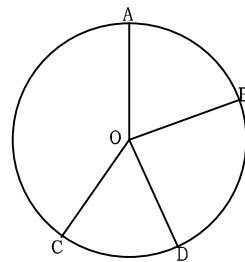


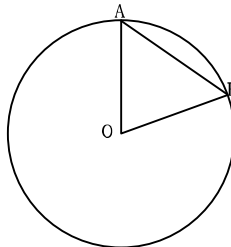
15 円周角の定理証明

1 次の問いに答えよ。

(1) 図で O は円の中心、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ で $\angle AOB = 76^\circ$ である。 $\angle COD$ を求めよ。

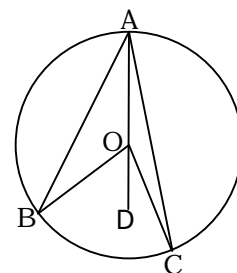


(2) 図で O は円の中心、 $\angle AOB = 80^\circ$ のとき、 $\angle OAB$ を求めよ。



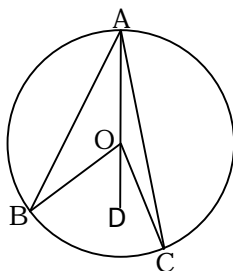
(3) 図で A, B, C は円周上の点である。点 O は円の中心である。
また、 $\angle OBA = 24^\circ$ 、 $\angle OCA = 11^\circ$ である。このとき次のそれぞれの角度を求めよ。

- ① $\angle OAC$ ② $\angle BAO$ ③ $\angle COD$
- ④ $\angle BOD$ ⑤ $\angle BAC$ ⑥ $\angle BOC$



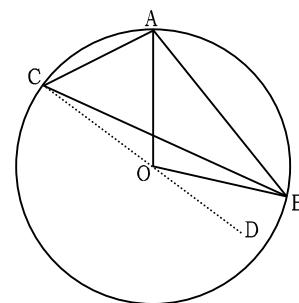
(4) 図で $\angle OBA = x$ 、 $\angle OCA = y$ とする
 $\angle BAC$ を x, y で表せ

$\angle BOC$ を x, y で表せ



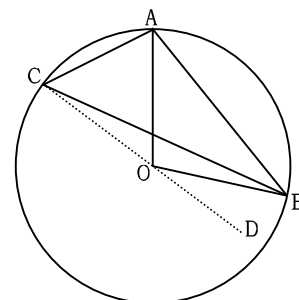
(5) 図で $\angle OBC = 8^\circ$ 、 $\angle OAC = 70^\circ$ とする。このとき次の角度を求めよ。

- ① $\angle OCA$ ② $\angle OCB$ ③ $\angle AOD$
- ④ $\angle BOD$ ⑤ $\angle ACB$ ⑥ $\angle AOB$



(6) 図で $\angle OBC = x$ 、 $\angle OAC = y$ とする。
 $\angle ACB$ を x, y の式で表せ

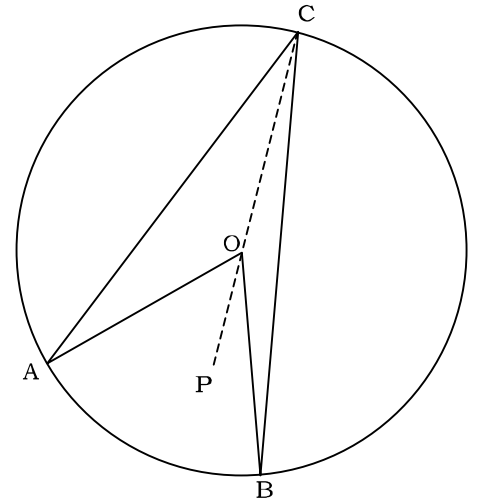
$\angle AOB$ を x, y の式で表せ



2 円周角の定理「等しい弧に対する円周角は中心角の $\frac{1}{2}$ である。」

を説明したい。図で $\angle OAC=x$, $\angle OBC=y$ とするとき

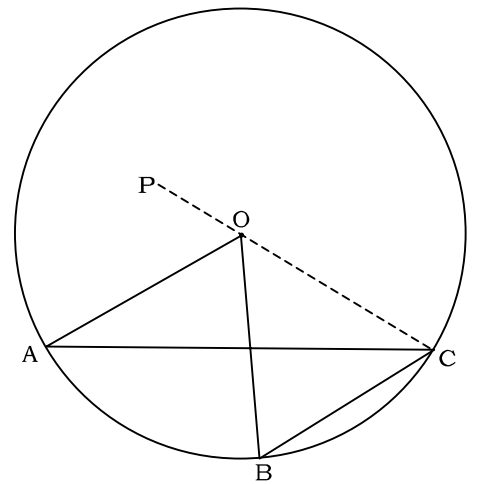
円周角($\angle ACB$)が中心角($\angle AOB$)の $\frac{1}{2}$ となることを説明せよ。



3 円周角の定理「等しい弧に対する円周角は中心角の $\frac{1}{2}$ である。」

を説明したい。図で $\angle OAC=x$, $\angle OBC=y$ とするとき

円周角($\angle ACB$)が中心角($\angle AOB$)の $\frac{1}{2}$ となることを説明せよ。



1

(1) 76°

(2) 50°

(3) ① 11° ② 24° ③ 22° ④ 48° ⑤ 35° ⑥ 70°

(4) ① $\angle BAC=x+y$ ② $\angle BOC=2x+2y$

(5) ① 70° ② 8° ③ 140° ④ 16° ⑤ 62° ⑥ 124°

(6) ① $\angle ACB=y-x$ ② $\angle AOB=2y-2x$

2

$OA=OC$ (円 O の半径) より 2 辺が等しいので $\triangle OAC$ は二等辺三角形

よって $\angle OCA=\angle OAC=x$ (二等辺三角形の底角) \dots ①

三角形の外角は隣り合わない二つの内角の和に等しいので $\angle AOP=2x$ \dots ②

同様に $OB=OC$ より $\triangle OBC$ は二等辺三角形なので

$$\angle OCB=\angle OBC=y \dots$$
 ③

$$\angle BOP=2y \dots$$
 ④

$$\text{①、③より } \angle ACB=x+y \dots$$
 ⑤

$$\text{②、④より } \angle AOB=2x+2y \dots$$
 ⑥

$$\text{⑤、⑥より } \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB \quad \text{となり円周角が中心角の } \frac{1}{2} \text{ となる}$$

3

$OA=OC$ (円 O の半径) より 2 辺が等しいので $\triangle OAC$ は二等辺三角形

よって $\angle OCA=\angle OAC=x$ (二等辺三角形の底角) \dots ①

三角形の外角は隣り合わない二つの内角の和に等しいので $\angle AOP=2x$ \dots ②

同様に $OB=OC$ より $\triangle OBC$ は二等辺三角形なので

$$\angle OCB=\angle OBC=y \dots$$
 ③

$$\angle BOP=2y \dots$$
 ④

$$\text{①、③より } \angle ACB=y-x \dots$$
 ⑤

$$\text{②、④より } \angle AOB=2y-2x \dots$$
 ⑥

$$\text{⑤、⑥より } \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB \quad \text{となり円周角が中心角の } \frac{1}{2} \text{ となる}$$