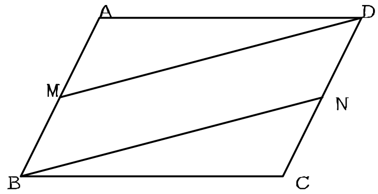
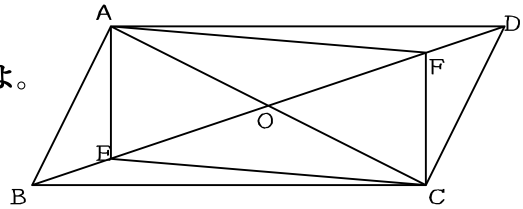
³ 平行四辺形になるための証明(基本)

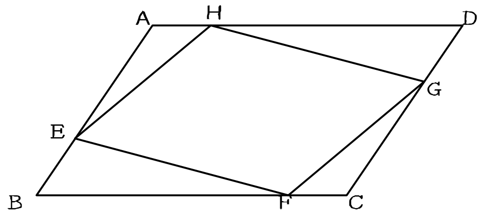
1 ▱ABCD の辺 AB，CD の中点をそれぞれ M,N とすると
四角形 MBND は平行四辺形となることを証明しなさい。



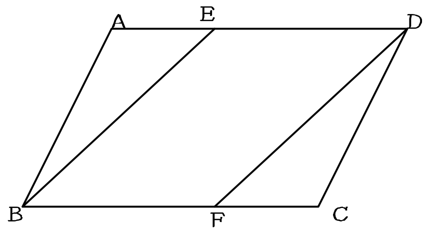
2 ▱ABCD の対角線の交点を O とする。対角線 BD 上に EO=FO となるように、E と F をとると四角形 AECF は平行四辺形になることを証明せよ。



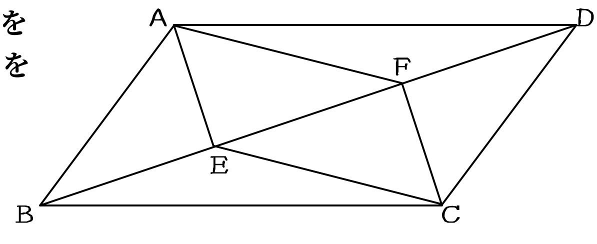
3 ▱ABCD で AE=CG， BF=DH のとき
四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しなさい。



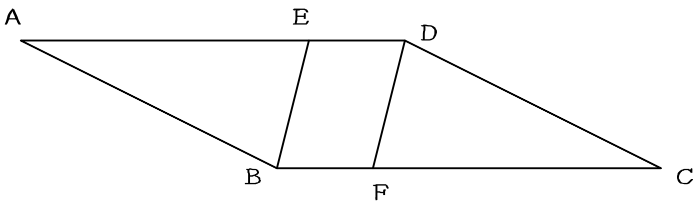
4 ▱ABCD で∠ABE=∠CDF のとき四角形 EBFD が
平行四辺形になること証明しなさい。



5 ▱ABCD の対角線 BD 上に頂点 A と C から垂線を下ろしその交点を E，F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形になることを証明せよ。



6 ▱ABCD において∠ABC と∠CDA の二等分線が
辺 AD，BC とそれぞれ E，F で交わっている。
このとき四角形 BFDE が平行四辺形になること
を証明しなさい。



4 答

1

AB=CD(▱ABCDの対辺)
また、M，NはそれぞれAB，DCの中点なので
MB=ND・・・①
AB//CD(▱ABCDの対辺)
よってMB//ND・・・②
①、②より１組の対辺が平行でその長さが等しいので　四角形MBNDは平行四辺形となる

2

AO=CO（▱ABCDの対角線）
EO=FO(仮定)
よって対角線がそれぞれの中点で交わるので四角形AECFは平行四辺形となる。

3

△AEHと△CGFにおいて
AE=CG (仮定)･･･①
AD=CB(▱ABCDの対辺)･･･②
DH=BF(仮定)･･･③
②、③よりAH=CF･･･④
∠HAE=∠FCG(▱ABCDの対角)･･･⑤
①、④、⑤より二辺とその間の角がそれぞれ等しいので△AEH≡△CGF
対応する辺は等しいのでEH=GF･･･⑥
△BFEと△DHGにおいて
同様にすると△BFE≡△DHG
対応する辺が等しいのでFE=HG･･･⑦
⑥、⑦より二組の対辺がそれぞれ等しいので　四角形EFGHは平行四辺形となる。

4

△ABEと△CDFにおいて
AB=CD(▱ABCDの対辺)
∠ABE=∠CDF(仮定)
∠BAE＝∠DCF(▱ABCDの対角)
よって一辺とその両端の角がそれぞれ等しいので　　　　△ABE≡△CDF
対応する辺は等しいのでAE=CF
AD=CB(▱ABCDの対辺)
ED=AD-AE ,　FB=CB-CF
よってED=FB･･･①
AD//CB(▱ABCDの対辺)より　ED//FB･･･②
①、②より一組の対辺が平行でその長さが等しいので四角形EBFDは平行四辺形となる。

5

△ABEと△CDFにおいて
AB=CD (▱ABCDの対辺)
∠ABE=∠CDF (AB//CDの錯角)
∠AEB=∠CFD=90°(垂線)
よって直角三角形で斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
対応する辺は等しいのでＡＥ＝ＣＦ･･･①
∠ＡＥＦ=∠ＣＦＥ=90°(垂線)
より、錯角が等しいのでＡＥ//ＣＦ･･･②
①、②より一組の対辺が平行でその長さが等しいので四角形AECFは平行四辺形となる。

6

∠ABE=∠EBF(角の二等分線)・・・①
∠AEB＝∠EBF（AD//CBの錯角）・・・②
∠CDF=∠FDE(角の二等分線)・・・③
∠CFD＝∠FDE（AD//CBの錯角）・・・④
∠ABC=∠ADC(▱ABCDの対角)・・・⑤
①②③④⑤より
∠ABE=∠AEB=∠EBF=∠CDF=∠FDE=∠CFD・・・⑥
よって、∠EBF=∠FDE・・・⑦
∠DEB=180°-∠AEB・・・⑧
∠BFD=180°-∠CFD・・・⑨
⑥より∠AEB=∠CFDなので　∠DEB=∠BFD・・・⑩
⑦、⑩より二組の対角がそれぞれ等しいので四角形EBFDは平行四辺形となる。