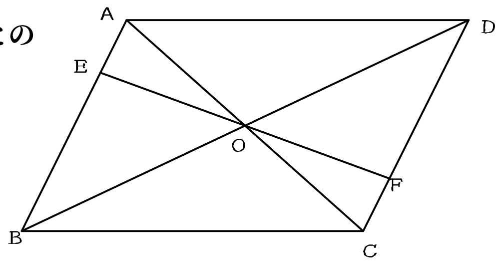
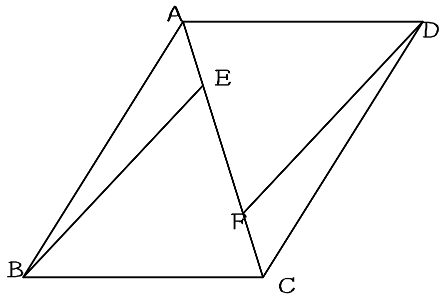
平行四辺形の性質を利用した証明

1　次の証明をしなさい。

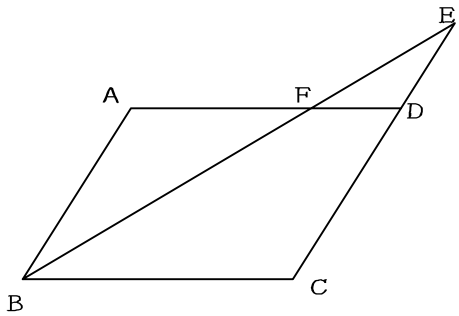
(1)　▱ABCD の対角線の交点を O とする。点 O を通る直線と辺 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。AE=CF を証明しなさい。



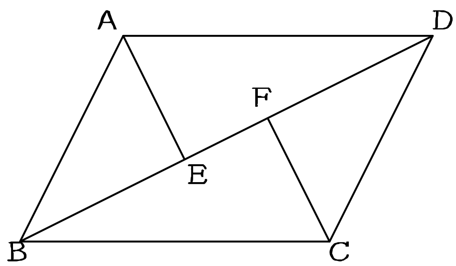
(2)　右の▱ABCD で対角線 AC 上に E，F があり、AE=CF である。このとき BE=DF を証明しなさい。



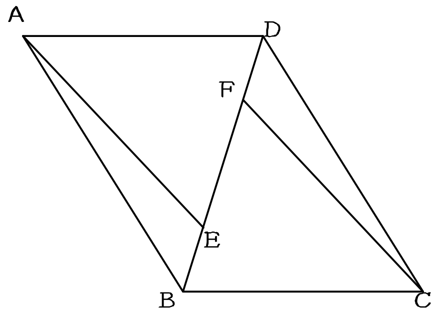
(3)　▱ABCD の∠ABC の二等分線と辺 CD の延長線の交点を E とする。このとき△BCE が二等辺三角形になることを証明しなさい。



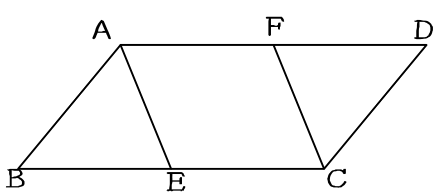
(4)　▱ABCD の対角線 BD に頂点 A，C からそれぞれ垂線を下ろしその交点を E，F とする。このとき BE=DF となることを証明しなさい。



(5)　図の▱ABCD で BE=DF である。このとき AE//CF となることを証明しなさい。



(6)　▱ABCD で BE＝DF である。このとき AE=CF となることを証明せよ。



2 **答**

(1)

△AEO と△CFO において
AO=CO (平行四辺形の対角線はおのおのの中点で交わる)
∠AOE=∠COF (対頂角)
∠EAO=∠FCO (AB//CD 錯角)
一辺とその両端の角がそれぞれ等しいので△AEO≡△CFO
対応する辺は等しいので　AE=CF

(2)

△ABE と△CDF において
AB=CD　(▱ABCD の対辺)
∠BAE=∠DCF (AB//CD の錯角)
AE=CF(仮定)
二辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△CDF　対応する辺は等しいので　BE=DF

(3)

△BCE において
∠ABE=∠CBE　（角の二等分線）
∠ABE=∠CEB　（AB//CD の錯角）
よって∠CBE=∠CEB
二角が等しいので△BCE は二等辺三角形となる。

(4)

△ABE と△CDF において
AB=CD(▱ABCD の対辺)
∠ABE=∠CDF(平行線の錯角)
∠AEB=∠CFD=90°（垂線）
よって直角三角形で斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので△ABE≡△CDF
対応する辺は等しいので BE=DF

(5)

△ABE と△CDF において
AB=CD(▱ABCD の対辺)
∠ABE=∠CDF(平行線の錯角)
BE=DF(仮定)
よって二辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△CDF
対応する角は等しいので∠AEB=∠CFD
∠AEF=180°-∠AEB(直線は 180°)
∠CFE=180°-∠CFD(直線は 180°)
よって∠CFE=∠AEF
錯角が等しいので AE//CF

(6)

△ABE と△CDF において
AB=CD(▱ABCD の対辺)
∠ABE=∠CDF(▱ABCD の対角)
BE=DF(仮定)
よって二辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△CDF
対応する辺は等しいので
AE=CF となる